

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2008-05-22
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1°

- A.** Σελίδα 28 Σχολικό
B. Σελίδα 96 Σχολικό
Γ. α. Λάθος
β. Λάθος
γ. Σωστό
δ. Σωστό
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ 2°

α. Αφού $\frac{e^x \cdot f(x)}{x^2 - 1} = \frac{e^x \cdot \frac{x-1}{e^x}}{x^2 - 1} = \frac{1}{x+1}$ άρα το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \cdot f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$.

β. $f(x)' = \left(\frac{x-1}{e^x} \right)' = \frac{2-x}{e^x}$ οπότε $e^x \cdot f(x)' = 2-x$

γ. Αφού $f(x)' = 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{e^x} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

και $f(x)' > 0 \Leftrightarrow x < 2$ άρα η συνάρτηση $f(x)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ το

$$f(2) = \frac{1}{e^2}.$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)'$	$+$	$-$	
$f(x)$	\nearrow	\searrow	

ΘΕΜΑ 3°

α. Η μέση διάρκεια ζωής για τη μπαταρία A είναι

$$\bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} = \frac{20 + 26 + 24 + 22 + 18}{5} = 22 \text{ χιλιάδες ώρες ζωής}$$

και για τη μπαταρία B είναι

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} = \frac{26 + 32 + 19 + 20 + 23}{5} = 24 \text{ χιλιάδες ώρες ζωής.}$$

β. Το κόστος λειτουργίας της μπαταρίας A για χίλιες ώρες λειτουργίας είναι

$$\frac{38}{22} \approx 1,72\text{€}, \text{ ενώ για τη μπαταρία B είναι } \frac{40}{24} \approx 1,67\text{€}. \text{ Άρα συμφέρει η αγορά της μπαταρίας B.}$$

γ.

$$s_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x}_A)^2}{v} = \frac{(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2}{5} = 8$$

άρα $s_A = \sqrt{s_A^2} = 2\sqrt{2}$ και

$$s_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x}_B)^2}{v} = \frac{(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2}{5} = 22$$

Οπότε $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{22} = \sqrt{2 \cdot 11} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{11}$

δ. Οι αντίστοιχοι συντελεστές μεταβολής για τις δύο μπαταρίες είναι

$$CV_A = \frac{s_A}{x_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} \approx 0,128 \text{ και } CV_B = \frac{s_B}{x_B} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{11}}{24} \approx 0,192$$

Αφού το $CV_A < CV_B$ ο Α τύπος μπαταρίας παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια από τον τύπο Β.

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω τα ενδεχόμενα

A: "ο κάτοικος διαβάζει την εφημερίδα α"

B: "ο κάτοικος διαβάζει την εφημερίδα β"

α. Το ενδεχόμενο $A' \cup B$ εκφράζει την περίπτωση που "ο κάτοικος δεν διαβάζει την εφημερίδα α ή διαβάζει την εφημερίδα β".

Άρα

$$\begin{aligned} P(A' \cup B) &= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) \stackrel{A' \cap B = B \cap A' = B - A}{=} 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) = \\ &= 1 - P(A) + P(B) - (P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(A) + P(B) - P(B) + P(A \cap B) = \\ &= 1 - P(A) + P(A \cap B) = 1 - P(A - B) = 1 - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} \end{aligned}$$

β. Για το ενδεχόμενο Β ισχύει

$A \cap B \subseteq B \subseteq A' \cup B$ άρα και

$P(A \cap B) \leq P(B) \leq P(A' \cup B)$ αλλά

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{20}{100}$$

$$\text{Άρα } \frac{20}{100} \leq P(B) \leq \frac{70}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10}$$

γ. Υπολογίζουμε την πρώτη παράγωγο της $f_{(x)}$

$$f_{(x)}' = 3x^2 - x + P(B)$$

Με $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1 - 12P(B) < 0$, αφού $0 \leq P(B) \leq 1$

άρα $f_{(x)}' > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ οπότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της και δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Επιμέλεια Απαντήσεων:
Μάρκος Παναγιώτης
Μαθηματικός

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΛΟΓΥΚΑ ΚΟΝΔΙΝΑ